

逻辑导学和逻辑基础

逻辑基础

1. Argument 组成要素

Premise 前提 (事实/数据/观点)

Conclusion 结论 (作者最主要观点)

Background 背景 (默认为真的事实, 一般不影响结论)

Counterpremise / Counterpoint 反条件/ 论说

Intermediate conclusion 中间结论

2. 如何寻找前提和结论

2.1 利用前提和结论的标志词

结论指示词: therefore / thus / hence / so / conclude / indicate / clearly / obviously / ...

前提指示词: fact / evidence / survey / report / investigation / since / because / for / ...

2.2 无指示词: 逻辑判断相对主观 (越抽象越靠近结论)

3. Argument 的行文结构

3.1 全文无转折

即全文只有一个结论. 先找 C 再找 P. 离 C 最近的 P 是最重要的.

3.2 全文有转折

转折后的结论是 argument 的结论. 转折前的结论是 counterpoint
重点关注最后一个转折之后.

4. 常见的 Argument 类型 (论证方式) 即前提和结论的关系类型

4.1 条件论证. 由因推果

形式: Premise: 先发生的原因.

Conclusion: 即将发生、可能发生、但不一定发生的结果.

4.2 原因论证 现象解释

形式: Premise: 已经发生的结果.

Conclusion: 导致该结果的原因.

No.

Date. / /

推

Premise

e.g. 今天Lily上班迟到了, 可能是因为她起晚了

4.3. 条件论证 VS 原因论证

同-事实 → 关注将来可能发生的结果.
 ↓ 关注出现事实的原因.

条件

原因

will / can / prediction
 explanation / hypothesis / interpretation
 is due to / attribute to / is responsible for

4.4. 手段目的

形式: 手段和目的.

支持措施的理由(未必有)

vx: zyw1544162172

削弱题做题方式

1. Basic

1.1 "削弱"定义: 找出推理中存在的漏洞, 从而降低文章结论成立的可能性。

1.2 证明不一定正确, 而不是一定不正确。

1.3. 背景信息和前提中的事实不可以被质疑

1.4. 削弱题: 选出一个选项对原文结论进行弱化和反驳, 使结论不再成立

1.5 削弱标志词。

1.5.1. 词汇: weaken / undermine / doubt / call into question / flaw / weakness / rebuttal.

1.5.2. 常见问法:

Which of the following, if true, would most seriously weaken the conclusion drawn in the passage?

... , would indicate the most serious weakness in the plan above?

... , casts most doubt whether the managers' plan, if implemented will achieve its goal?

1-6. 解题步骤。

① 先读问题: 找到标志词, 明确目标。

② 精读文章: 找到结论, 取反是目标。

③ 预判考点: 分析逻辑链, 找出GAP。

④ 进入选项: 排除错误选项, 选出符合目标的选项。

削弱常见论证方式

削弱的条件论证

削弱条件论证目标：某个/某些已发生的条件未必会导致相应的结果。

方式一：证明P与C的概念/范围并不相同。

e.g. 年初，小明由于业务晋升为部门经理，职级工资翻了一倍，因此收入水平会比之前高。
 不同

方式二：证明有其他影响因素C。

e.g. 因为某电视节目中大力宣传猕猴桃的营养价值，越来越多人开始购买猕猴桃，所以猕猴桃价格会越来越高。
 飙升，但不知道是否会有影响。

削弱原因论证的目标：某个现象未必是由某个原因导致的

方式一：证明可能存在其他原因(他因削弱)

方式二：证明因果关系并不连续一致。

e.g. 吃了火锅后拉肚子了，所以是火锅有问题。削弱：别人吃了没事。(同因异果的削弱)
 他爱吃火锅也拉肚子了(异因同果)

方式三：证明因果倒置

e.g. 爱笑的女孩通常运气都比较好，所以爱笑给人带来好运。

削弱：运气好的女孩才爱笑，是好运导致爱笑。

削弱手段目的

方式一：证明手段即便实现了，目的也无法实现。

e.g. 小明为了有一个更好的career，决定申请MBA。因为当前市场上MBA人才很短缺。

目的：为了更好的career。

手段：申请MBA

支持手段的理由：MBA人才短缺。(攻击点，理由不成立，不系统会发生变化)

削弱：商学院不断打招MBA

No.

Date. / /

加强手段目的

方式一：证明手段可以达到目的

方式二：排除手段副作用

VX: ZYW1544162172

假设题做题方法

1. Basics

1. 定义: 作者的想当然, 找出得出结论缺失的必要条件

e.g. XX喜欢吃甜食, 今天小米粥里放了糖, XX一定会喝这碗粥.

该推理假设了: XX不讨厌小米粥 \Rightarrow 对假设取反会削弱推理.

2. 目标: 找到选项, 将选项取反能削弱文章的就是正确答案

3. 标志词

● 问题中出现: assumption / assume / presuppose / depend on / rely on / additional premise / be required.

● 常见问法:

The conclusion above is based on which of the following assumptions?

Which of the following is an additional premise required by the argument above?

Which of the following is required for the conclusion above?

4. 解题步骤

① 精读问题, 找关键词.

② 精读文章, 找到结论, 取反就是最终目标.

③ 预判考点, 分析逻辑链, 找出GAP

④ 进入选项.

根本判别方法: 将假设取反可以削弱文章

5. 特殊步骤

① 寻找选项中的否定句.

② 将否定句取反能够强削弱文章的是答案.

选项不会做时,
选最长的否定句.

③ 多个否定句, 从最长的开始取反检验.

否定句的一般形式: 主句的谓语动词或系动词中包含NOT

句中含 few / little / no / none / hardly / seldomly / rarely.

① 对谓语进行取反, 定语、状语等修饰成分不用取反.

取反

e.g. 原句: The boy who does not enjoy studying will not have a good career that is not easy to get.

② 对表示范围的主语名词进行取反.

e.g. 原句 Few people will go to this country.

取反: some

原句: All the students will go to this country.

取反: not

③ 若选项是 if p, then q 的形式, 则只对 q 取反.

e.g. If Jack go to this country, I will go to this country

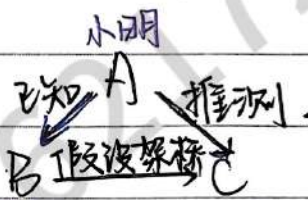
取反: not

假设题—架桥法

形式一:

小明成绩好, 所以小明肯定人缘好.

假设了成绩好就人缘好.

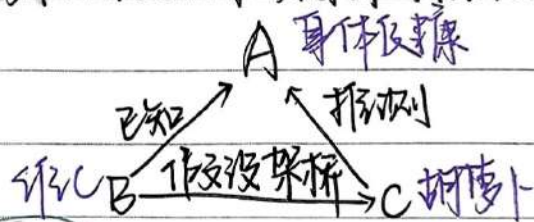


成绩好 → 人缘好.

形式二:

补充维 C 有益于身体健康, 小明经常吃胡萝卜, 所以小明一定身体一定很健康.

假设了吃胡萝卜等于补充维 C.



架桥法的本质: 文章推理本身是一个偷换概念

假设题: 读完文章后, 判断是否偷换概念

● 若是, 则进入选项后直接找架桥的肯定句.

● 若否, 则进入选项找否定句.



If p, then q 等价于 若非 q, then 非 p

If q, then p ⇔ 若非 p, then 非 q.

加强题 { 必要性的加强 / 底线条件的加强 —— 假设题, 只能取反削弱 / 架桥

REMEMBER · MEMO 有利条件的加强

评价题方法

No.

逻辑

Date.

2023/12/27

Basics

1. 评价题定义: 评价文章的核心论证, 最终决定相对主观是否合理.
2. 目标: 找到一个选项, 对该选项做相反方面回答会对论证有加强/削弱的效果.

e.g. XX喜欢甜食. 今天小米粥放了糖, XX一定会喝这碗小米粥.

评价: XX是否讨厌喝小米粥?

回答 yes, 则削弱; 回答 no, 则加强.

3. 标志词: 问题中出现 determine/evaluate/access...

4. 特点: 选项通常以疑问句形式存在: whether (95%)

错误选项一定是无关选项.

解题方法

1. 一般疑问句: whether, is, has... 用 yes/no 回答.

Whether XX 讨厌小米粥?

Yes → 削弱; No → 加强.

whether + 肯定句/否定句都可以起评价作用.

2. 特殊疑问句: what, how many... 对问句进行两个反向极端的回答

e.g. 推理: 因为有人不喜欢转基因蔬菜的味道, 所以转基因蔬菜不会得到推广.

评价: How many people 会不喜欢?

回答1: 极大: 大部分人不喜欢 → 加强

极小: 小部分人不喜欢 → 削弱

选项中有 some 要警惕. 因为程度未知

No. _____

Date. / /

事实: evidence / fact / phenomenon / finding. -

论据: consideration / support.

② 错误表述观点的来源

③ 错误描述与文章最终结论间的关系

vx: zyw1544162172

GMAT 阅读介绍.

4 篇文章: 2 篇长文章 (350) + 2 篇短文章 (250). 每篇 2-4 题.

阅读、语法、逻辑三科随机打乱出题.

涉及自然 (物理、生物)、社会、经济 3 类话题.

阅读提交答案后才可做题. 且不可修改 (自适应).

GMAT 阅读特点.

乱序出题. 定位难. 逻辑较难 (来自论文)

方法总论.

● Active Reading. (思考 + 预测)

“视角”：
事实 ✓
引用观点，需要判断。
作者观点 ✓

视角重要性：
信息题的切入点
主旨题选项判断
预判下文的走向。

双线阅读法：功能带着信息读

信息 a + 逻辑词 + 信息 b.

判断新/旧信息，是否支持作者观点。

找到关键词后，将生词找到与关键词间逻辑。

题于动词分析

contrast: 作者客观比较二者，作者自己没态度。

demonstrate, present 适用于任何文章

explain: 寻求原因

evaluate: 评价 (正、负均可)

critique / criticise: ① 批评 (负) ② 评价 (正、负均可)

Clarify: 模糊 → 清晰的过程.

观点类动词:

sb. believe, claim, assert, state, maintain, hold, argue, say, conclude, assume, allege, purport, posit, stress, suggest, speculate, theorize, hypothesize, write, attribute/ascribe to..., contribute to...
宣称 声称 假设 强调 推测 推理 观察 归因于 结果

观点类其他标志:

must, can, cannot, should, may, clearly, probable, likely, unlikely.
情态动词表推测

Sth. indicate, imply, seem, suggest, mean. / 观点类动词被动用.

观点类动词名词化: unanimity, saga, consensus, view, belief, argument, perception, conception, story that...
It is said that... 同意

叙述类动词:

发现: observe, find, discover, uncover
注意/意识到: note, recognise, realize
知道: know
揭露: reveal, show.

观点类: 动词 + as.

identify / describe / regard / characterize / label ... as
主动: sb. describe sth. as ... 引用观点
被动: sth. is described as ... 引用观点
若存在情感色彩 (正向评价), 则为观点.

- 判断事实 or 作者观点?
- ① 具体 or 抽象
 - ② 用后文正向辅助判断
 - ③ 转折词 + 事实类信息为作者. 引用观点 + but (转折)
- 引也 = 事实.
支持 = 作者

句间关系 + 句子功能题

句子功能题

句子功能题信号词.

The author mentioned sth. in order to... / serve to... / intend to / functional purpose / role

解题步骤.

- 1 定位, 根据逻辑标志词判断句间关系
- 2 形成对于选项的预判
- 3 正选答案.

句间关系 { 顺承 } main
 { 转折 }
 { 让步 }
 { 比较 }
 { 并列 }
 { 补充 }
 { 引出 }

句间关系——顺承 { 推论 }
{ 展开 }

result 与 conclusion 的区别.

conclusion: 推论 主观 result: 结果 客观.

e.g. 1. 小红今天熬夜了, 明天肯定会长痘

conclusion: 长痘.

result: 长痘. (因: 熬夜 → 果: 长痘)

e.g. 2. 小红今天长痘了, 昨天肯定熬夜了

conclusion: 熬夜

result: 长痘 (因果关系不变)

观点 (指原因/结果)

关键词:

表示观点的逻辑词

选项预判对应:

观点

① state a view / assertion / contention / position / perspective /

interpretation / point / understanding / conjecture / speculation /

不同 <

explanation ^{解释} _{指因}

view

implication / significance

指因

意义 = view

view
exp

若 A. interpretation B. explanation

则必选 A.

② state an implication that explains a discovery /

predict the consequence

指果. = project / projection)

指因/果

①. ② 同时出现时, 选 ①

展开

关键词:

① 延续旧观点: according to the previous view / Accordingly / in sb.'s view ~

② for example / for instance / evidence that - -

③ Rather ≠ Instead / Indeed.

e.g. 我们这儿以前从来没这么干旱过。Rather, 我们这儿以前是很湿润的。
否定 更确切地说 肯定。

区别 <

He didn't choose her, Instead, he chose me

①

②

② 在展开 ①.

④ 无视角标志及逻辑标志词.

选项预判对应.

① provide evidence / example / reasoning / information that

supports a view.

② support / illustrate / elaborate / endorse a view

③ state the premise of a conclusion.

句间关系—转折

反驳是质疑, 取反前面的观点.

只有引用观点可以被反驳. 引用 + but 反驳.

转折分为质疑和非质疑(非引用观点 + 转折)

e.g. GMAT 据说很难, 但入手后发现很简单. 质疑

作者观点 { GMAT 很难, 但我朋友一次就考过了. 非质疑—怪事. 怪事 + 解释 fact view
 不可质疑 — 但是托福不难.. 非... — 转向 转向后更重要
 转折—质疑 — 但也不是高不可攀. 非... — 限制(约等于让步)

转折—质疑

文章逻辑标志词: 引用观点 + 转折词.

句子. Though / still ...

but / yet / however / nonetheless / nevertheless / though / still

adv. 但是.

选项预判对应:

句子. though ... conj. 连词.

challenge / refute / question / call into question / run contrary to /

weaken / qualify a view

削弱

转折(非质疑)—怪事

文章逻辑标志词同上.

选项预判对应:

describe a paradox / unexpected phenomenon / surprise / anomaly /

puzzle.

矛盾. 悖论.

反常事物

(非质疑) 转向.

选项预判: turn the topic that will be further explored in the following passage

No.

Date. / /

非限定) 限制

选项预判: limit/qualify the author's own view
可表示不同程度的限制 { 100% - 否定
20% - 限制

句间关系 - 让步

让步 - 妥协

文章逻辑标志词: (前文有观点)

句内: although, though, even though/if/as, despite, in spite of,

for all, while 让步较多, whereas 对比较多, 让步较切

For all his fortune, I don't like him.

句间: It's true that... / True / of course / Certainly / surely /

It is not to deny that... / Admittedly / sb. admit /

acknowledge / accept / concede... 文章选项的出现

选项预判: concede / admit / accept / acknowledge the validity of opposing viewpoint / qualify sb.'s own view

让步 - 铺垫怪事

逻辑标志词同.

选项预判: explain why the following fact is surprising.

句间关系-比较

{ 类比 对比 } & { 双主体 单主体 }

文章逻辑标志词

对比: differ, rather than, instead of, whereas, while, however
等转折词, 比较级

类比: same, similar, analogous, as...as, no difference, as though, as if.
抄写家

选项预判:

双主体: to elaborate the differences / similarities between A and B

单主体: to emphasize the uniqueness of A/B (对比)
to illustrate A/B (类比)

句间关系-并列

$a+b=ab$. 是并列成分

句间关系-补充

对前文论述的补充. 一般来说可忽略.

句间关系-引出

即背景信息

主旨题

标志词: The primary purpose of the passage is to?

The passage is primarily concerned with...?

Which of the following best describes the main/central idea of passage?

结构主旨题. Which of the following best characterizes/describes the organization of the passage as a whole?

解题步骤.

① 筛选主线 (一段一点结).

② 选项分析.

句间关系对主线影响:

让步 - 不影响主线

比较 { 单主体不影响
 { 双主体影响

转折 { 质疑、转向影响
 { 怪事、限制不影响

顺承 { 推论影响. 引用观点 = 推论
 { 展开不影响.

主旨题-选项分析-动词.

- 选项结构: 动词+抽象名词+具体名词.
- 大原则: 作者视角(动词必须是作者可发出的动作)
- 中生词(弱词, 一定是对的): 均视为 present 对多义词来说, 一个词相对.
 present, discuss, describe, summarize, examine, cite, outline,
 consider, identify ^{恍然大悟} 才 conclude (作者必须有观点)
- 作者有立场:
 propose, argue... ^{= believe} 作者有自己观点
 challenge, question, qualify, undermine, call into question,
 argue against... 作者有质疑.
 remedy, correct, revise -- 订正(攻击反驳+正确用观点)
 support, confirm, argue for 支持自己引用观点
 evaluate, critique, assess, respond, analyze -- 作者有态度(褒贬均可)
 defend, trace, reconcile, synthesize, clarify...
_{作者支持一个 被反驳观点} _{时间词} _{作者调和矛盾(可排掉)} _{整合} _{模糊→清晰}
- 作者必须无立场: (双主体比较, 客观的)
 compare (比较AB一样/不一样)
 contrast (比较AB不一样)

选项分析-抽象名词

- 单纯观点(主线有观点就行) = view
 view, belief, argument, assertion, contention, interpretation,
 perspective, understanding, position, point, assumption
- 推论(主线有推论≈观点)
 speculation, conjecture ^{推测}, implication ^{意义=view}, significance ^{影响=view}
- 找原因.
 explanation, cause, hypothesis, theory
_{假设}
 assumption = view

No.

Date. / /

● 找结果.

consequence, impact, effect, significant

● 事实

phenomenon, event, discovery, finding

● 其他.

problem

solution

refutation, objection 反驳质疑

competing arguments, opposing viewpoints, dispute,

debate 一组对立的引用观点

relative importance 评价 factor 排序

inconsistency / contradiction within a theory 引用观点自相矛盾

选项分析-具体名词

必须是文章的主要讨论对象, 不能是细节.

信息线 + 信息题

信息线

信息 A + 逻辑词 + 信息 B

总原则: 永远首先默认, 文章给定的逻辑关系必须是合理的

有意识的挑选/修正/补充关键信息使逻辑词变得合理.

eg 信息 A + 逻辑词 in contrast + 信息 B

● 信息 B 为短

处理: 补充信息来完成和之前的对比关系

补全

● 信息 B 很长.

处理: 挑信息来验证逻辑相关信息.

挑

● 信息 B 不认读

处理: 根据逻辑修正对于这个词的词解.

修正

逻辑词 - 句间关系

① 对比 - 类比, 对比

对比: 使得两边信息相反(不同)

类比: 使得两边信息相似(相同/相似)

② 让步 - 妥协, 铺垫小事.

使得让步的信息与转折的信息方向相反.

③ 转折 - 质疑, 怪事, 转向, 限制.

怪事, 转向: 新信息 - 看信息本身

限制: 使得转折之后的信息与转折之前的信息相反.

④ 顺承 - 展开, 补充

补充: 新信息 - 看信息本身

质疑

考点 1: 主流观点认为黄渤力很冲, 可是黄渤只在演戏的时候冲, 日常生活中不冲

disagreement: 冲 or 不冲.

agreement: 让步部分: 黄渤力演戏时冲

反驳了主流观点 -> 质疑.

功能带着信息读!

考点2: 主流观点认为黄浩力很聪明, 可是你看他GMAT挂了。

句子1

功能词(原形) → 预测2. (黄浩力不聪明)

利用fact证明观点: 因为GMAT挂了, 所以黄浩力不聪明。

若原型的结论没有说清楚, 需要根据他想得到的结论来补全理由结论。

逻辑logical gap.

展开

实体展开方式

● 转述/改写/总结.

according to this view, in other words, that is, thus. -

建立同意关系(找到同义词/同义的表达).

● 举例.

e.g. 娱乐圈没有好人。你看, 鹿晗今天又喝醉。

从属关系, 约等于"="

● 原因.

e.g. 鹿晗一定能成功, 因为他很努力。补: 努力一定能成功。

可能P不足以严格推出C, 需要补logical gap.

e.g. 东西肯定不是王俊物偷的。若是他偷的话, 他肯定会脸红。

从P出发推C: 王偷东西会脸红 + 没脸红 → 没偷

信息题

问法: 针对一个对象提问.

解题步骤: STEP1: 题干分析 通过低频词汇缩小阅读范围

STEP2: 选项分析.

常见选项错误类型:

信息来源: 张冠李戴

逻辑反: 加强变成了削弱.

因果倒置: A → B 变成了 B → A

强加关系: AB独立概念

无关比较: 无关比较级.

程度错误: 绝对词 most / all / primary / never / first 等

名词范围: 选项范围扩大

不在考点范围内: 定位错误.

削弱(加强)题.

(1) 削弱前提 → 常见

(2) 削弱结论

(3) 削弱前提和结论的关系. (9)

问法 1: 同逻辑. weaken...

问法 2: if sth. in the passage were false, which of the following would likely to happen? 虚拟语气.

问法 3: which of the following, if true / false, would most weaken sth. in the passage 一种机制.

不是结论也不是观点... 注意环节与文章不同陈述者

类比题.

问法: Which of the following is most similar / like / analogous to the situation in the passage?

步骤: ① 梳理文章信息关系. (强/弱概念, 强/弱关系)

② 选项关系与原文一致即可.

态度题

选与原文一致态度类型 { 正: approval

负: limited

混合(偏正/偏负): qualified approval / challenge

Integrated Reasoning

No.

Date. / /

题型: Table Analysis 表格分析 (2-4题)

Graphics Interpretation 图表解读 (4-6题)

Two-Part Analysis 二段式分析 (2-4)

Multi-Source Reasoning 多源推理

IR题必须5 min. 可适当放弃难题.

可按照常理来揣测出题意图 (case study)

Table Analysis

3 min/题. 较简单. 尽量2 min

Graphics Interpretation 一定小心题目!!!

先读题!

① scatter diagram 散点图

表示在直角坐标系上自变量随因变量变化的大致趋势.

② Line chart 折线图

③ Pie chart 饼图

④ bar chart 柱状图

⑤ bubble chart 气泡图

展示三个变量间的关系.

The least possible value — 可能的最小值

one-half hour 0.5小时.

Two-Part Analysis.

题目类型: 数学 + 因果 + 特殊问法.

若题目涉及数学 / 问题涉及数字, 则为简单题, 必须拿下.

Arithmetic 数论. 1.1-1.2.

Problem Solving 题型

e.g. When $1/10$ percent of 5,000 is subtracted from $1/10$ of 5,000, the difference is. **D**

$10\% \times 5000 = 5$ 从...中减掉 $5000 \times \frac{1}{10} = 500$
 $500 - 5 = 495$

A. 0 B. 50 C. 450 D. 495 E. 500

Data Sufficiency 题型 (数据充分分析) 新版趋向于文字运用

e.g. Is x an even number? **均可回答** (1) $x=4$ YES (2) $x=5$ NO. **D**

- A. Statement (1) ALONE is sufficient, but (2) alone is not.
B. - - (2) - - - (1) - - -
C. Both statements TOGETHER are sufficient, but NEITHER statement ALONE is sufficient.
D. EACH statement ALONE is sufficient.
E. (1) (2) TOGETHER are NOT sufficient.

答案: Yes, it is. / NO, it isn't. (确定且唯一, 就可以是答案)
否定也可见答案. 只要充分回答问题就可以

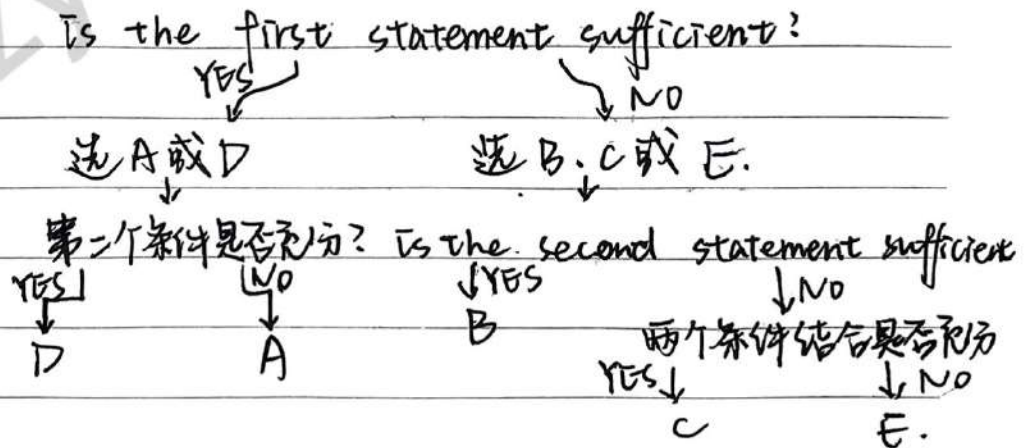
仅需判断条件是否能回答问题.

e.g. Is x equal to 1?

(1) $x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$ 不可回答.

(2) $x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2 \neq 1$ 可回答.

做题思路.



- 按照 PS 常规题型思考. (1) 与 (2) 分析时要完全分开. 分析 (1) 不预判 (2). 分析 (2) 要认识 (1).

2. 分析问句类型.

判断是非 \rightarrow 一般疑问句 (General Question)

数值计算 \rightarrow 特殊疑问句 (Special Question).

e.g. What is the value of x ?

(1) $x^2 = 1$ $x = \pm 1 \Rightarrow$ 不唯一

(2) $x^2 + x - 2 = 0$ $x_1 = 1, x_2 = -2 \Rightarrow$ 不唯一

E

(1) 与 (2) 结合时, 可取值为 $-1, 1, -2 \Rightarrow$ 不唯一.

不相关, 仅是结果的集合. 可想象为一个是以 x 的函数, 一个是 y 的.

e.g. Tom and Jack are in a line to purchase tickets.

How many people are in the line?
 须为整数, 且大于 0.

E

(1) There are 20 people behind Tom and 20 people in front of Jack. \times

(2) There are 5 people between Tom and Jack. \times

(1) + (2). 由于不知道二者前后.

Ch 1. Arithmetic 算数

1. 奇数与偶数 (odd and even numbers)

基本词汇: odd number 奇数, even number 偶数

positive number 正数, negative number 负数

integer 整数

零和正整数统称为自然数 (natural number).

负整数称为非零自然数.

所有能被 2 整除的数都是偶数, 0 是偶数, 负数也有奇偶性.

偶数 = 偶 + 偶 或 奇 + 奇 (偶数个奇).

偶数 = 偶 \times 偶 或 奇 \times 偶.

奇数 = 奇 + 偶.

多个整数之积为奇数 \rightarrow 全部为奇数.

多个整数之积为偶数 \rightarrow 至少一个为偶数.

指数不影响奇偶性.

指数: $a^n \begin{cases} a \text{ 为奇} \rightarrow a^n \text{ 为奇.} \\ a \rightarrow \text{偶} \rightarrow a^n \text{ 为偶.} \end{cases}$

任何底数.

e.g. if n is an integer, is n even?

w) $n^2 - 1$ is an odd integer $\Rightarrow n^2$ 为偶 $\Rightarrow n$ 为偶

(2) $3n + 4$ is an odd integer $\Rightarrow 3n$ 为奇 $\Rightarrow n$ 为奇.

e.g. if x, y and z are positive integers, is $x - y$ odd?

(1) $x = z^2 \Rightarrow x, z$ 奇偶性同 \Rightarrow 无法判断 $x - y$ 奇偶性.

(2) $y = (z - 1)^2 \Rightarrow y$ 与 $z - 1$ 奇偶性同 $\Rightarrow y$ 与 z 奇偶性反 \Rightarrow 无法判断 $x - y$

(1) 与 (2) $x - y = z^2 - (z - 1)^2 = [z - (z - 1)] \times [z + (z - 1)] = 2z - 1$ 奇

e.g. if a and b are positive integers such that $a - b$ and a/b are both even integers, which of the following must be an odd integer?

A $\frac{a}{2}$ 偶 B $\frac{b}{2}$ 不定 C $\frac{a+b}{2}$ 不定 D $\frac{a+1}{2}$ 奇 E $\frac{b+2}{2}$ 不定

$a - b = \text{even} \Rightarrow a, b$ 同奇同偶

$a/b = \text{even} \Rightarrow a = b \times \text{even} \Rightarrow$ 偶数

\downarrow \downarrow 均可提出 2. $\Rightarrow a$ 为 4 的倍数

e.g. if r and t are positive integers, is rt even?

(1) $r + t$ is odd $\Rightarrow r, t$ 中必有一奇一偶. $\Rightarrow rt$ 偶

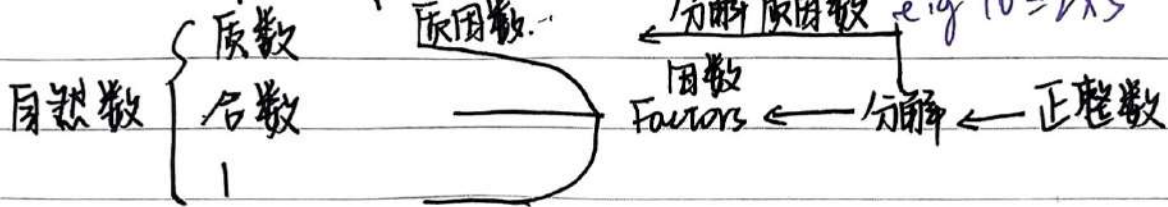
(2) r^2 is odd $\Rightarrow r$ 奇. t 不定. rt 不定

2. 质数, 合数与质因数 (Prime, Composite Numbers and Prime Factors)

基本词汇: factor / divisor 因数. multiple 倍数

prime number 质数 composite number 合数

prime factor 质因数



质数又称素数, 指一个大于1的自然数, 若除了1和他本身外, 无法被其他自然数整除的数; 否则称为合数.

质数、合数均为正整数.

数字1既不是质数也不是合数

大于2的质数都是奇数, 数字2是质数中唯一的偶数

100以内的质数: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

因数和质因数均为正整数.

分解质因数: 将一个合数写成质数相乘的形式.

任何一个大于1的正整数, 无论是质数还是合数, 都可以表示为质数因子相乘的形式.

质因数与因数个数的关系: 若 $n = a^x \cdot b^y \cdot c^z$, 那么因数个数为 $(x+1)(y+1)(z+1)$

1. The sum of prime numbers that are greater than 60 but less than 70 is **B** 61+67

A. 67 B. 128 C. 191 D. 127 E. 260

选项个位数一般都不相同, 可以对个位数进行运算, 简化

a multiple of a and b. a与b的公倍数

2. How many factors does the number 252 have?

- A. 12 B. 14 C. 15 D. 18 E. 19 **D**

$$2^2 \times 7^1 \times 3^2 \Rightarrow (2+1) \times (1+1) \times (2+1)$$

How many positive even factors does the number 252 have?

18 \rightarrow 奇因子 + 偶因子

必须有 $2^1 \times 3^0 \times 7^0 \Rightarrow 2 \times 3 \times 2 = 12$ 个

共有因子个数时: $2^0 \times 3^1 \times 7^0 \Rightarrow 3 \times 2 = 6$ 个

3. What is the lowest positive integer that is divisible by each of the integers 1 through 7, inclusive? 可被1-7内所有数整除

- A. 420. B. 840 C. 1260 D. 2520. E. 5040. **A**

$$2^2 \times 3^1 \times 5^1 \times 7^1 = 420$$

最大公约数 gcd: 求同. lcm: 求异. 最小公倍数

e.g. 100 和 252.

$$100 = 2^2 \times 5^2. \quad 252 = 2^2 \times 3^2 \times 7^1$$

gcd: 100 与 252 相同质因子为 2. 则 gcd 为 $2^2 = 4$. $\frac{100}{gcd}$ 和 $\frac{252}{gcd}$ 都是 integer

$lcm = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^1 = 6300$. $\frac{lcm}{100}$ 与 $\frac{lcm}{252}$ 均 integer. 100 和 252 下所有因子.

4. If x is the product of the positive integers from 1 to 8, inclusive, and if i, k, m and p are positive integers such that $x = 2^i 3^k 5^m 7^p$, then $i+k+m+p =$ **D**

- A. 4 B. 7 C. 8 D. 11 E. 12

$$x = 2^1 \times 3^1 \times 2^2 \times 5^1 \times 2^1 \times 3^1 \times 7^1 \times 2^3 = 2^7 \times 3^2 \times 5^1 \times 7^1$$

5. If M is the least common multiple of 90, 196, and 300, which of the following is Not a factor of M ?

A. 600 B. 700 C. 900 D. 2100 E. 4900

$$90 = 2^1 \times 3^2 \times 5^1 \quad 196 = 2^2 \times 7^2 \quad 300 = 2^2 \times 3^1 \times 5^2$$

$$M = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2$$

$$600 = 2^3 \times 3^1 \times 5^2 \quad \text{多3个2}$$

3. 整除商和余数 (Divisible, Quotient and Remainders)

余数 (Remainders) 指整数除法中被除数未被除尽的部分

无余数 \Rightarrow 余数 = 0 $0 \leq$ 余数 $<$ 除数. 被除数可以 $= 0$. 除数不可以

若整数 a 除以非零整数 b , 商为整数, 且余数为 0 $\Rightarrow a$ 能被 b 整除.

1. Seven different numbers are selected from the integers 1 to 100, and each number is divided by 7. What is the sum of the remainders? $\rightarrow [0, 6]$

w) The range of seven remainders is 6. $\Rightarrow \max > b, \min: 0$. 并不唯一且不确定

(2) The seven numbers selected are consecutive integers.

连续整数 \Rightarrow 余数为 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. 是唯一的且确定的

$$\text{被除数} \div \text{除数} = \text{商} \dots \text{余数}$$

$$\text{被除数} = \text{除数} \times \text{商} + \text{余数}$$

2. When positive integer x is divided by integer y , the remainder is 9. If $x/y = 96.12$. What is the value of y ?

A. 96 B. 75 C. 48 D. 25 E. 12

$$x = 96.12y = 96y + 0.12y \quad 0.12y = 9 \quad y = 75$$

$$m \equiv a \pmod{c}, m \equiv b \pmod{c} \Rightarrow a \equiv b \pmod{c} \quad (\text{模为 } c)$$

考点: 1. 指数的尾数循环性.

e.g. The remainder is x when 333^{777} is divided by 5.
 the remainder is y when 777^{333} is divided by 5.
 What is the difference between x and y ?

能被5整除的数的个位数只能为0或5

$$3^1: 3 \quad 3^2: 9 \quad 3^3: 27 \quad 3^4: 81 \quad 3^5: 243$$

$$777 \div 4 = 194 \dots 1 \quad \therefore 3^{777} \text{ 个位数为 } 3 \Rightarrow 333^{777} \text{ 个位数为 } 3$$

$$7^1=7 \quad 7^2=49 \quad 7^3=343 \quad 7^4=2401 \quad 7^5=16807$$

$$333 \div 4 = 83 \dots 1 \quad \therefore 7^{333} \text{ 个位数为 } 7 \Rightarrow 777^{333} \text{ 个位数为 } 7$$

$$x - y = 3 - 2 = 1$$

e.g. What is the remainder when 7^{548} is divided by 10?

A. 1. B. 3. C. 5. D. 8. E. 9

$$548 \div 4 = 137 \dots 0. \text{ 个位数为 } 1$$

任何一个正整数除10余数为该数的个位数

1.4. 比率, 比例和百分比 (Ratios, Proportions, and percent)

percent / fraction?

What percent of A is B? A为分母. B为分子

ratio

the ratio of A to B. 前: 后. $\frac{A}{B}$

times

A is two times as many as B.

(there is) two times as many A as B

比例 Ratio: 2 to 3, $2=3$, $\frac{2}{3}$

定义: The ratio of the number a to be the number b is a/b .

比率: Proportion $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$

某种计算方法: $\frac{2}{3} = \frac{n}{12}$ 交叉相乘 $2 \times 12 = 3n$ $n=8$

表达形式: -

increase / decrease by -- 增加/下降了..

increase / decrease to -- 增加到/下降到..

A 比 B 大 / 增加 / 提高了: 百分比 = $(大 - 小) / 小 \times 100\%$, $\frac{A-B}{B} \times 100\%$

B 比 A 小 / 减少 / 降低了: 百分比 = $(大 - 小) / 大 \times 100\%$, $\frac{A-B}{A} \times 100\%$

利润 (Profit) = 总收益 (Total Revenue) - 总成本 (Total Costs)

销售净利率 (Profit Margin) 是净利润占销售收入的百分比.

折扣 (Discount) 20%. Discount = 8 折.

e.g. Last Year, if Arthur spent a total of \$12,000 on his mortgage payments, real estate taxes, and home insurance, how much did he spend on his real estate taxes?

1) Last year, the total amount that Arthur spent on his real estate taxes and home insurance was 33 percent of the amount that he spent on his mortgage payments. $\Rightarrow r+m=3000$ 不能知道 r

2) \therefore , the amount the Arthur spent on r was 20 percent of the total amount he spent on m+h. $\Rightarrow r=2000 \checkmark$

1.5 小数、分数与科学计数法 (Decimals, Fractions and Scientific Notation)

约分是约分约分, 把一个数的分子 numerator, 分母 denominator 同时除以公因数 (Common Factors), 分式的值不变.

分数的加减: 通分后作加减

分数的除法: 乘以除数的倒数 (Reciprocal) ($2 \rightarrow \frac{1}{2}$)

带分数: 是假分数 (分子大于分母, e.g. $\frac{7}{3}$) 的另一种形式. 非零整数与真分数相加 (真分数时与真分数相加) 所成的分数. 其倒数一定不大于 1.

$S = \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{20}$. Which of the following is true?

A. $\frac{1}{2} < S < 1$ B. $\frac{1}{3} < S < \frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4} < S < \frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{5} < S < \frac{1}{4}$

E. $\frac{1}{11} < S < \frac{1}{20}$ $10 \times \frac{1}{20} < S < 10 \times \frac{1}{11} \Rightarrow \frac{1}{2} < S < \frac{10}{11}$

A

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$$

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 99 \times 100 = ?$$

A. 1 B. $\frac{99}{100}$ C. $\frac{98}{100}$ D. $\frac{9}{10}$ E. $\frac{1}{2}$ **B**

考点: 小数的四舍五入.

Round to .

Round to tens. 四舍五入至十位. $5.649 \rightarrow 5.6$

Round to hundredths 四舍五入至百分位. $5.649 \rightarrow 5.65$

Round up to "只入不舍" e.g. $5.649 \rightarrow 5.7$

Round down to "只舍不入" e.g. $5.649 \rightarrow 5.6$ / to hundredths. 5.64 .

考点: 有限小数, 判断分数是否有限.

先保证分数化简到了最简, 然后对分母分解质因数, 只要分解结果只有 2 或 5, 就是有限小数. 若还有其它质因数, 则为无限小数.

分数都是有理数.

有理数: rational number. 整数, 分数.

无理数: 无限不循环小数. e.g. π . $\frac{1}{\sqrt{2}}$

无限循环小数化分数:

1. 纯循环小数: 有一个循环节就有几个 9

$$0.\overline{72} = \frac{72}{99}$$

$$0.17\overline{32} = \frac{1732}{9999}$$

2. 混合循环小数: 0 和 9 的个数. 有一个循环节就有几个 9. 有一个非循环节就有几个 0.

$$\text{e.g. } 0.12\overline{83} = \frac{1283 - 12}{9900} = \frac{1271}{9900}$$

$$0.67\overline{21} = \frac{6721 - 6}{9990} = \frac{6715}{9990}$$

e.g. N is an integer. Is $N/225$ a terminating decimal?

(1) N can be divided by 3

(2) N can be divided by 5

(1) $N = 3A$. $\frac{N}{225} = \frac{A}{75} = \frac{A}{3 \times 5 \times 5} \Rightarrow$ 分母存在 3. 可能无限.

(2) $N = 5B$. $\frac{N}{225} = \frac{B}{45} = \frac{B}{3 \times 3 \times 5} \Rightarrow$ 分母存在 3.

(1) + (2). $N = 15C$. $\frac{N}{225} = \frac{C}{15} = \frac{C}{3 \times 5} \Rightarrow 3$.

E

e.g. If k is a positive integer and the ^{十位数} tens digits of $k+5$ is 4, what is the tens digit of k ?

(1) $k > 35 \Rightarrow$ 十位数是 3 或 4.

(2) The ^{个位数} units digit of k is greater than 5. \Rightarrow 十位数为 3.

B

$$40 \leq k+5 \leq 49$$

$$35 \leq k \leq 44$$

科学计数法 (Scientific Notation): 将一个数字表示成 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| \leq 10$, n 为整数. e.g. 920000 可表示为 9.2×10^5 .

$$0.0604 \Rightarrow 6.04 \times 10^{-2}$$

$$\text{e.g. } \frac{0.9999999}{1.0001} - \frac{0.9999999}{1.0003} = \frac{1-9 \times 10^{-4}}{1+3 \times 10^{-4}} - 1 - 3 \times 10^{-4}$$

$$= 2 \times 10^{-4}$$

$$\frac{1-10^{-8}}{1+10^{-4}} = \frac{(1+10^{-4}) \times (1-10^{-4})}{1+10^{-4}} = 1-10^{-4}$$

1.6 幂与根 (Powers and Roots)

正整数 n 次幂的尾数循环特征:

尾数为 2: 2, 4, 8, 6

尾数为 3: 3, 9, 7, 1

尾数为 4: 4, 6

尾数为 5 或 6: 自身循环

尾数为 7: 7, 9, 3, 1

尾数为 8: 8, 4, 2, 6

指数 (Exponents) 的性质:

$$x^r \times x^s = x^{(r+s)}, \quad \frac{x^r}{x^s} = x^{(r-s)}$$

$$(x^r)(y^r) = (xy)^r$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^r = \frac{x^r}{y^r}$$

$$(x^r)^s = x^{rs} = (x^s)^r$$

$$x^{-r} = \frac{1}{x^r}$$

$$x^0 = 1$$

$$x^{\frac{r}{s}} = (x^{\frac{1}{s}})^r = (x^r)^{\frac{1}{s}} = \sqrt[s]{x^r}$$

e.g. If x is an Integer, is $9^x + 9^{-x} = b$?

(1) $3^x + 3^{-x} = \sqrt{b+2}$

(2) $x > 0$

(1) $(3^x + 3^{-x})^2 = 9^x + 9^{-x} + 2 = b + 2 \Rightarrow 9^x + 9^{-x} = b$

(2) 平方得.

A

VX: zyw1544162172

No.

Date. 2024/1/5 第二章 Algebra 代数

2.1 解方程 (Equations)

一元一次方程: 合并同类项, 移项.

二元一次方程: 换元法和消元法

一元二次方程: 表达式: $ax^2+bx+c=0$ (a, b, c 都是实数, 且 $a \neq 0$) $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时, 两个不同实数根.

$\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时, 两个相同实数根.

$\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时, 无实数根

e.g. If 4 is one solution of the equation $x^2+3x+k=10$, where k is a constant, what is the other solution? $x^2+3x-28=0$ $(x+\frac{3}{2})^2 = \frac{121}{4}$
 $16+12+k=10$ $k=-8$ $x+\frac{3}{2} = \pm \frac{11}{2}$

A. 7 B. -4 C. -3 D. -1 E. 6

A

e.g. $3x^6 + 10x^4 - 8x^2 = 0$. what is the number of the possible value of x ?

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. 4

D

$x^2(3x^4+10x^2-8) = x^2(3x^2-2)(x^2+4)$ $x=0$ 或 $\pm\sqrt{\frac{2}{3}}$

e.g. If r and s are the roots of the equation $x^2+bx+c=0$.

where b and c are constants. is $rs < 0$? $\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4c}}{2}$

(1) $b < 0$

(2) $c < 0$

B

$rs = \frac{b^2 - (b^2 - 4c)}{4} = c$

e.g. $(x^2-25)^2 = (x-5)^2$. what is the number of the possible value

of x ? $(x-5)^2(x+5)^2 = (x-5)^2$
 $x=5$ $(x+5)^2 = 1$

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. 4

D

2.2 不等式 (Inequalities)

考点: 解一元高次不等式.

① 先移项, 使不等式右侧为0, 对左侧因式分解.

② 不等号换成等号, 解出所有根.

③ 数轴上从左至右依次标根.

④ 从最大值的右上方开始向左画线, 经过一个根就穿一次数轴.

若不等号为" $>$." 则取数轴上方; " $<$ " 则取下方.

注意: 保证 x 前系数为正数. 奇穿偶不穿

不等式计算: (次序)

不等式两边同时加减乘除一个数, 不等式方向不改变.

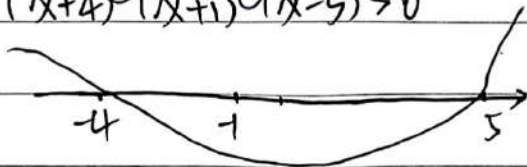
若两边同时乘除一个负数, 方向改变

e.g. $(x-5)(x+1)(x+4) > 0$



$$x \in (-4, -1) \cup (5, +\infty)$$

e.g. $(x+4)^{\textcircled{3}}(x+1)^{\textcircled{2}}(x-5)^{\textcircled{1}}$



$$x \in (-\infty, -4) \cup (5, +\infty)$$

e.g. Is $x^2 < x$? $x(x-1) < 0$

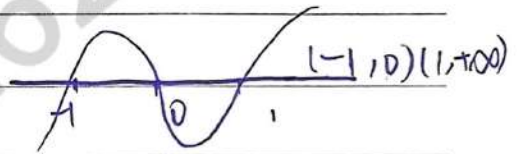
1) $0 < x < 1$ ✓

2) $x^3 > x$ ~~$x^2 > x = x(x+1)(x-1) > 0$~~

$\Rightarrow x^2 > x$ 可以否定.

D

选那个正确答案即可!



2.3 绝对值 (Absolute Value)

e.g. $|2x+1| > x+1$ indicate all such values of x .

解: ① $2x+1 > x+1$ $x > -\frac{1}{2}$ $x > 0$ 故 $x > 0$.

② $2x+1 < -(x+1)$ $x < -\frac{1}{2}$ $x < 0$ 故 $x < -\frac{1}{2}$.

A. 3. B. -1 C. $-\frac{1}{2}$ 直接代入最简法!

AB

2.4 数列 (Sequences)

● 等差数列 (Arithmetic Sequence)

第 n 项: $a_n = a_1 + (n-1)d$

前 n 项之和: $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = na_1 + \frac{n(n-1)d}{2}$

● 等比数列 (Geometric Sequence)

第 n 项: $a_n = a_1 q^{n-1}$

前 n 项之和: $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \quad (q \neq 1)$

No.

Date. / /

2.5. 函数 (Function)

e.g. For all real numbers v , the operation $v@$ is defined by the equation $v@ = v - \frac{1}{3}v$. If $(v@)@ = 8$, then $v =$

- A. 15
- B. 18
- C. 21
- D. 24
- E. 27

$$v@ = \frac{2}{3}v$$

$$(v@)@ = \frac{2}{3}(\frac{2}{3}v) = 8 \quad v = 18$$

相当于 $f(x)$

$$f(x) = x - \frac{1}{3}x$$

$$f(f(x)) = 8$$

B

文字应用题 (word Problems)

单位换算: 1 yard = 3 feet. 1 gallon = 8.6 pounds.

1 foot = 12 inches

4.1. 速率问题 (Rate Problem)

$$\text{Rate} = \frac{\text{Distance}}{\text{Time}}$$

e.g. During a trip, F traveled x percent of the total distance at an average speed of 40 miles per hour and the rest of the distance at an average speed of 60 miles per hour.

In terms of x , what was F's average speed for the entire trip?

- A. $\frac{180x}{5}$
- B. $\frac{x+60}{4}$
- C. $\frac{300-x}{5}$
- D. $\frac{600}{115-x}$
- E. $\frac{12000}{x+200}$

E

设 entire trip 长 R .

$$t_1 = \frac{R \cdot x\%}{40}$$

$$t_2 = \frac{R(1-x\%)}{60}$$

$$t_1 + t_2 = R \frac{\frac{x}{100} + \frac{2-x}{120}}{120} = \frac{2+x}{120} R$$

$$v = \frac{R}{t_1 + t_2} = \frac{120}{2+x\%} = \frac{12000}{200+x}$$

4.2. 工作问题. (Working Problem)

工作总量 = 工作总时间 * 工作总效率 (= $n \times$ 单个机器效率)

工作总效率 = 单个人的效率和 = $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

若总工作量未知且不变, 可得其设为 1.

4.3. 混合问题 (Mixture Problem)

考点: 大多为液体.

规则: 物质混合前后质量守恒

4.4. Money Problem

钱的计算常考题.

工资 = 基本工资 + 提成

Revenue / dollar sales = expense / cost + profit.

Retail price = wholesale price + markup / profit.

"阶梯性定价" → 从题中找公式

单利 (Simple Interest)

复利 (Compounded Interest).

If \$10000 is invested at 10 percent annual interest, compounded ^{单利利率} semiannually, what is the balance after 1 year?

年利率, 半年利率, 季度利率

本+息.

$$10000 + 10000 \times (1 + \frac{10\%}{2})^2$$

$$\text{本金} \times (1 + \frac{P\%}{n})^n$$

e.g. If money is invested at r percent interest, compounded annually, the amount of the investment will double in approximately $\frac{70}{r}$ ^{70年翻一倍} years. If Pat's parents invested \$5000 in a long-term bond that pays 8 percent interest, compounded annually, what will be the approximate total amount of the investment 18 years later? **A**

A. \$20,000. B. \$15,000 C. \$12,000 D. \$10,000 E. \$9,000

$\frac{70}{8} \approx 9$ 因为存款翻倍, 所以钱大了约9倍. 9年翻一倍, 18年翻四倍.

No.

Date. / /

4.5. 集合 (Set)

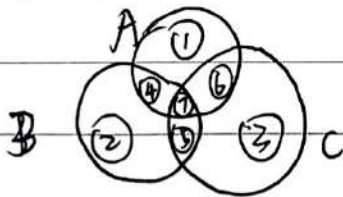
并集 (Unions) $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$

交集 (Intersection) $A \cap B = \{x | x \in A, \text{ 且 } x \in B\}$

$$A \cup B = A + B - A \cap B$$

$$A \cup B \cup C = A + B + C - A \cap B - B \cap C - A \cap C + A \cap B \cap C$$

$$U - A \cup B \cup C = C \cup A \cup B \cup C$$



$$A + B + C = ① + ② + ③ + 2 \times (④ + ⑤ + ⑥) + 3 \times ⑦$$

4.6 排列, 组合与概率 (Combination, Permutation, Probability)

① 阶乘: $n! = n(n-1)(n-2) \dots \times 1 = n(n-1)! = n(n-1)(n-2)!$

注意: $0! = 1$

② 排列. $A_n^m = n(n-1) \dots (n-m+1) = \frac{n!}{(n-m)!}$ 从n个元素中取m个元素进行排序

③ 组合. $C_n^m = \frac{A_n^m}{m!} = \frac{n!}{m!(n-m)!} = C_n^{n-m}$ 不排序

$$A_n^n = n! \quad A_n^1 = n \quad C_n^n = 1 \quad C_n^1 = n$$

e.g. How many different five-digit positive integers can be formed using the digits 1, 2, 3, 4, 5, 6 and 7 if none of the digit can occur more than once in the integer?

$$A_7^5 = \frac{7!}{2!} = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 2520$$

e.g. Suppose you want to select a 3-person committee from a group of 9 students. How many ways are there to do this?

$$C_9^3 = \frac{9!}{3! \times 6!} = 84$$

ABCDE 五人可排一排, AB不相邻, 一共几种站法.

In how many ways can A, B, C, D and E seated in a row such that A and B are not seated next to each other?

① 捆绑法. $A_5^5 - 2 \times A_4^4 = 72$

将A, B视为整体

C D E

② 排列法 $A_3^3 \times A_4^2 = 6 \times 12 = 72$

④ 概率 $P(A) = \frac{m}{n}$ n : 总数量 m : A数量.

⑤ 等可能事件. $P = \frac{1}{2}$

互斥事件. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

e.g. 一袋子装标有1, 2, 3, 4, 5的5个球. 从中随机取两个. 标号数字和为偶数.

$$P(E) = \frac{1+2}{C_5^2} = \frac{3}{10} = \frac{1}{20}$$

特例: 对立事件. $P(A) = 1 - P(B)$

对立一定互斥, 互斥不一定对立.

⑥ 相互独立的事件同时发生的概率

$$P(AB) = P(A) \times P(B)$$

甲袋 4红3白; 乙袋 3红1白. 从甲、乙各取1球, 均红概率.

$$P = \frac{4}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{7}$$

独立重复事件概率. $P(n, k) = C_n^k \times p^k \times (1-p)^{n-k}$

ix. 描述统计学 (Descriptive Statistics)

算术平均数 (Average or Arithmetic Mean) = $\frac{\text{所有数据之和}}{\text{数据个数}}$

中数 (Median) 众数 (Mode) 极差 (Range) 方差 (Variance)

标准方差 (Standard Variance) 频率分布 (Frequency Distribution)